|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Место занятия в расписании** | **Тема** | **Цели** | **Задачи** | **Контрольные вопросы и задания** | **Д/з** |
| Дата | 27.09.21 | Матрицы и действия над ними. Определитель матрицы. свойства определителей и методы их вычисления. | Дидактическая | Ознакомить с основными понятиями раздела «Линейная алгебра» - матрицей и определителем, с видами матриц и правилами выполнения действий над ними, с определителем квадратной матрицы, свойствами определителей и методами вычисления определителей, начать формирование умений и навыков решения простейших задач линейной алгебры. | 1) Определить матрицу размера m×n, квадратную матрицу размера n ×n.2) Рассмотреть виды матриц.3) Изучить правила выполнения действий над матрицами.4) Определить определитель квадратной матрицы.5) Рассмотреть свойства определителей.6) Изучить методы вычисления определителей.7) Начать формирование умений и навыков решения простейших задач с матрицами и определителей. | 1) Что такое матрица размера n ×n?2) Какая матрица называется квадратной?3) Какие действия можно выполнять над матрицами?4) Что такое определитель квадратной матрицы?5) Как вычислить определитель 2-го и 3-го порядков? | Изучить и составить конспект, решить задание: 1) выполнить действия с матрицами$\left(\begin{matrix}4&2\\-3&7\end{matrix}\right)$∙$\left(\begin{matrix}1&-4\\7&1\end{matrix}\right)$+3$\left(\begin{matrix}6&-7\\1&0\end{matrix}\right)$-4$\left(\begin{matrix}-7&-1\\8&1\end{matrix}\right)$; 2) вычислить определитель 3-го порядка по правилу Лапласа . |
| Группа | 2ТО | Развивающая | Развивать логическое и пространствееноемышление. |
| Пара | IV | Воспитательная | Воспитывать любознательность и самостоятельность. |
| № занят. | 7 |

Подтвердить своё присутствие на занятии. Составить конспект в соответствии с требованиями, решить домашнее задание. Фото конспекта отправить на почту **elenabragina7@gmail.com**до 28.09.21 включительно. Работа должна быть выполнена в рамках рабочего времени, отведенного на занятие по математике.

**27.09**

**Матрицы и действия над ними.**

**Определитель матрицы. свойства определителей и методы их вычисления.**

**1) Определим первое основное понятие линейной алгебры - матрицу размера mxn (записать).**

Определение. Матрицей размером mxn (m на n) называется совокупность m∙n чисел, расположенных в виде прямоугольной таблицы, содержащей m строк и n столбцов. Матрицы обозначаются заглавными буквами латинского алфавита, элементы записываются в круглых скобках и каждому элементу присваивается номер, состоящий из номера строки и номера столбца, на пересечении которых находится элемент. Мы будем записывать матрицу в виде: 

**2) Рассмотрим виды матриц (записать).**

Матрица называется ***нулевой*** и обозначается О, если все её элементы равны нулю.

Две матрицы называются ***равными***, если они имеют одинаковый размер и соответствующие элементы равны.

Матрица, состоящая из одной строки, называется ***вектор - строкой***.

Матрица, имеющая один столбец, называется ***вектор - столбцом***.

Матрица, состоящая из одного числа, отождествляется с этим числом, то есть какое - либо число можно рассматривать как матрицу, что имеет одну строку и один столбец.

Если количество строк равно числу столбцов, то матрица называется ***квадратной***.

Квадратную матрицу nxn называют матрицей n - го порядка.

Совокупность элементов квадратной матрицы, расположенных на линии, соединяющей левый верхний угол с правым нижним, называется главной ***диагональю***.

Квадратные матрицы, в которых отличны от нуля лишь элементы главной диагонали, называются ***диагональными*** матрицами и записываются так:



Если все элементы aij диагональной матрицы равны друг другу, то матрица называется ***скалярной***. Она имеет вид:



Если а = 1, то скалярная матрица называется ***единичной*** и обозначается буквой Е.

Квадратная матрица называется ***треугольной***, если все элементы, находящиеся выше (или ниже) от главной диагонали, равны нулю.

В частности, матрица:  называется правой, или верхней треугольной матрицей, а матрица  называется левой или нижней треугольной матрицей

**3) Определим операцию транспонирования матриц (записать).**

Очень важной для матриц является операция *транспонирования*.

Определение. Транспонирование матрицы называется изменение ее строк на столбцы с сохранением порядка их записи.

Операцию транспонирования обозначают буквой Т в показателе степени:

,.

Если , То матрица А называется *симметричной*, если , То матрица А называется *кососиметричною*.

**4) Изучим правила выполнения действий над матрицами (записать).**

К линейных операций над матрицами принадлежат их сложения и умножения матрицы на число.

Добавлять можно матрицы только одного размера.

***Суммой*** двух матриц А и В называется матрица С, элементы которой равны сумме соответствующих элементов матрицы А и В.

***Произведением*** матрицы А на число α называется матрица, элементы которой получаются из соответствующих элементов матрицы А умножением на число α.

Матрица (-1) А = -А - является ***противоположной*** матрицы А. Она имеет то свойство, что А + (-а) = 0.

Легко проверить, что операции сложения матриц и умножения на число обладают такими свойствами:



Произведение А · В матрицы А на матрицу В определяется только при условии, что количество столбцов матрицы А равно числу строк матрицы В.

Пусть данные матрица А размера mxn и матрица В размера nxp.

***Произведением*** АВ матриц А и В, записанных в выдающейся последовательности, называется матрица С, элементы которой определяются по следующим соотношением: .

Из определения произведения матриц понятно, что возможностью умножения матрицы А на В не влияет на возможность умножения В на А. произведения АВ и ВА одновременно существуют, если А и В - квадратные матрицы одного и того же порядка.

Умножения матриц не коммутативное, то есть АВ ≠ ВА.

Однако для матриц А и В возможно, что . Такие матрицы назовем переставными. Например, матрицы Е и В переставные с какой - либо матрицей того же порядка. есть .

Умножения матриц обладает свойствами:



Рассмотрим действия над матрицами А = $\left(\begin{matrix}3&-1\\2&4\end{matrix}\right)$ и В = $\left(\begin{matrix}-4&9\\1&5\end{matrix}\right)$:

1) А + В = $\left(\begin{matrix}3&-1\\2&4\end{matrix}\right)$ + $\left(\begin{matrix}-4&9\\1&5\end{matrix}\right)$ = (чтобы сложить, необходимо сложить соответствующие элементы) = $\left(\begin{matrix}3+(-4)&-1+9\\2+1&4+5\end{matrix}\right)$ = $\left(\begin{matrix}-1&8\\3&9\end{matrix}\right)$.

2) А - В = $\left(\begin{matrix}3&-1\\2&4\end{matrix}\right)$ - $\left(\begin{matrix}-4&9\\1&5\end{matrix}\right)$ = (чтобы вычесть, необходимо вычесть соответствующие элементы) = $\left(\begin{matrix}3-(-4)&-1-9\\2-1&4-5\end{matrix}\right)$ = $\left(\begin{matrix}7&-10\\1&-1\end{matrix}\right)$.

3) 5А = 5 $\left(\begin{matrix}3&-1\\2&4\end{matrix}\right)$ = (чтобы умножить на число, необходимо каждый элемент умножить на это число) = $\left(\begin{matrix}15&-5\\10&20\end{matrix}\right)$.

4) 3А-2В = 3$\left(\begin{matrix}3&-1\\2&4\end{matrix}\right)$-2$\left(\begin{matrix}-4&9\\1&5\end{matrix}\right)$ = $\left(\begin{matrix}9&-3\\6&8\end{matrix}\right)$ - $\left(\begin{matrix}-8&18\\2&10\end{matrix}\right)$ = $\left(\begin{matrix}9+8&-3-18\\6-2&8-10\end{matrix}\right)$ = $\left(\begin{matrix}17&-21\\4&-2\end{matrix}\right)$.

5) А∙В = $\left(\begin{matrix}3&-1\\2&4\end{matrix}\right)$∙$\left(\begin{matrix}-4&9\\1&5\end{matrix}\right)$ = (берём элементы 1-ой строки 1-ой матрицы и умножаем на соответствующие элементы 1-го и 2--го столбцой 2-ой матрицы, а затем берём 2-ю строку 1-ой матрицы и умножаем на соответствующие элементы 1-го и 2--го столбцой 2-ой матрицы) = $\left(\begin{matrix}3∙\left(-4\right)+(-1)∙1&3∙9+(-1)∙5\\2∙\left(-4\right)+4∙1&2∙9+4∙5\end{matrix}\right)$=$\left(\begin{matrix}-12+(-1)&27+(-5)\\-8+4&18+20\end{matrix}\right)$=$\left(\begin{matrix}-13&22\\-4&38\end{matrix}\right)$.

**5) Рассмотрим элементарные преобразовани матриц.**

Элементарными называются такие преобразования матриц:

1. перестановка двух произвольных строк (столбцов)
2. умножения строки (столбца) на отличное от нуля число;
3. добавления к элементам какого - либо строки (столбца) матрицы соответствующих элементов другой строки (столбца), умноженных на одно и то же число.

**6) Определим второе основное понятие линейной алгебры – определитель квадратной матрицы (записать в конспект).**

Определителем матрицы А n-гопорядка называется алгебраическая сумма всех возможных n! произведений элементов матрицы, взятых по одному из каждой ее строки и каждого столбца.

Определитель задается выражением: .

Мы для обозначения определителя будем использовать символ ∆ (дельта).

**7) Рассмотрим основные свойства определителя (записать в конспект).**

СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ:

1. при транспонированииматрицызначениеееопределителя не меняется.
2. при перестановкедвух строк (столбцов) матрицы знак ееопределителяменяется на противоположный, а егоабсолютноезначение не изменяется;
3. определительматрицы равен нулю, если соответственные элементы двух параллельных рядов равны ил пропорциональны;
4. если все элементынекоторой строки (столбца) определителяимеютобщиймножитель, то егоможновынести за знак определителя;
5. если все элементынекоторой строки (столбца) определителяравны нулю, то определительравен нулю;
6. есликаждыйэлементнекоторого строки (столбца) определителяявляетсясуммойдвухслагаемых, то определительможно представить в видесуммыдвухопределителей по формуле: ;
7. определители не изменяются, если к элементамнекоторой строки (столбца) добавить элементыдругой строки (столбца), умноженные на некоторое число;
8. определительпроизведениядвухквадратныхматрицравенпроизведениюопределителейэтихматриц.



**8) Рассмотрим методы вычисления определитель в зависимости от их порядка (записать в конспект):**

Если определитель 1-го порядка, то он равен своему элементу.

Если определитель 2-го порядка, то он равен разности произведения элементов главной диагонали и побочной:

$\left|\begin{matrix}а\_{11}&а\_{12}\\а\_{21}&а\_{22}\end{matrix}\right|$ = $а\_{11}∙ а\_{22}$ - $а\_{21}∙ а\_{12}$ = действительное число.

Если определитель 3-го и выше порядков, то его можно вычислить, пользуясь методом Лапласа: вычёркиваем элементы любого ряда, записываем эти элементы с учётом изменения знака (если суммарный номер элемента число чётное, то знак не меняется, если нечётное – меняется), домножаем их на определитель, оставшийся после вычёркивания строки и столбца, в которых находится элемент.

Рассмотрим примеры вычисления определителей:

∆ =$\left|\begin{matrix}-7&4\\6&1\end{matrix}\right|$ = -7∙1-6∙4 = -7 – 24 = -31 (умножаем элементы, расположенные по главной диагонали, а затем вычитаем произведение элементов на побочной диагонали).

∆ =$\left|\begin{matrix}5&-2\\3&9\end{matrix}\right|$ = 5∙9 - 3∙(-2) = 45 + 6

∆ =$\left|\begin{matrix}-2&-9\\3&7\end{matrix}\right|$ = **решить самостоятельно. Ответ: 13**

∆ =$\left|\begin{matrix}3&-8\\-2&1\end{matrix}\right|$ = **решить самостоятельно. Ответ: -13**

2) Вычислить определитель 3-го порядка по правилу Лапласа:

∆ = $\left|\begin{matrix}4&-2&1\\3&5&0\\-1&3&4\end{matrix}\right|$ = (вычёркиваем элементы первой строки, выписываем эти элементы, помня, что первый элемент – знак не меняет, второй – меняет, третий – не меняет, умножаем эти элементы на определитель 2-го порядка, полученный при вычёркивании строки и столбца, на пересечении которых находится элемент) = 4∙ $\left|\begin{matrix}5&0\\3&4\end{matrix}\right|$ + 2∙ $\left|\begin{matrix}3&0\\-1&4\end{matrix}\right|$ +1∙ $\left|\begin{matrix}3&5\\-1&3\end{matrix}\right|$ = 4∙(5∙4-3∙0) + 2∙(3∙4 - 0∙(-1)) + (3∙3 – (-1)∙ 5) = 4∙ (20-0) + 2∙(12-0) +1∙(9+5) = 4∙20 + 2∙12+ 1∙14 = 80+24+14 = 118.

Для вычисления определителей 3-го порядка можно также использовать правило Саррюса.





Запомнить эту формулу трудно. Однако существует простое правило, называемое ***правилом треугольников***, которое позволяет легко воспроизвести выражение. Обозначая элементы определителя точками, соединим отрезками прямой те из них, которые дают произведения элементов определителя (рис. 1).



10) Домашнее задание: изучить и записать конспект, решить задания:

1) выполнить действия с матрицами$\left(\begin{matrix}4&2\\-3&7\end{matrix}\right)$∙$\left(\begin{matrix}1&-4\\7&1\end{matrix}\right)$+3$\left(\begin{matrix}6&-7\\1&0\end{matrix}\right)$-4$\left(\begin{matrix}-7&-1\\8&1\end{matrix}\right)$;

2) вычислить определитель 3-го порядка по правилу Лапласа

 .